sammen:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{1.27}$$

Ein rotierender starrer Körper, z.B. ein Rad, hat an allen Punkten die gleiche Winkelgeschwindigkeit; die Bahngeschwindigkeit nimmt wegen (1.26) nach außen hin zu. Bei einem Zahnrad- oder Seiltrieb sind die *Bahn*geschwindigkeiten der wirksamen Peripherien der im Eingriff stehenden Räder gleich (andernfalls würde ein Rad auf dem anderen rutschen). Hieraus ergeben sich z.B. die Grundbeziehungen der Getriebetechnik.

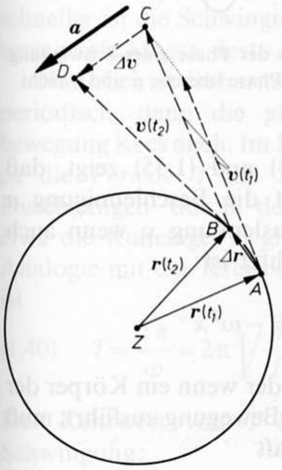

Abb. 1.12. Kinematik der gleichförmigen Kreisbewegung

Wir ermitteln nun die Beschleunigung bei der gleichförmigen Kreisbewegung. Eine Beschleunigung liegt vor, weil sich die Geschwindigkeit der Richtung (wenn auch nicht der Größe) nach ändert. Sie ist nach dem allgemeinen Verfahren der Kinematik durch Bildung der Geschwindigkeitsdifferenz für zwei genügend eng benachbarte Positionen A und B des Massenpunktes oder die entsprechenden Zeitpunkte t_1 und t_2 zu finden (Abb. 1.12). Der Kreissektor ZAB läßt sich dann mit beliebiger Genauigkeit durch ein Dreieck annähern. Dieses Dreieck ist *ähnlich* dem Dreieck BCD aus den beiden Geschwindigkeitsvektoren $\boldsymbol{v}(t_1)$ und $\boldsymbol{v}(t_2)$ (beide an B angetragen) und der Geschwindigkeitsdifferenz $\Delta\boldsymbol{v}$: Beide Dreiecke sind gleichschenklig (ZAB, weil es zwei Kreisradien enthält, BCD, weil die Geschwindigkeit dem Betrag nach konstant ist), beide haben den gleichen Winkel an der Spitze (weil jedes $\boldsymbol{v}$ als Tangente auf dem zugehörigen Radius senkrecht steht). Folglich haben entsprechende Seiten beider Dreiecke das gleiche Verhältnis:

$$\frac{AB}{r} = \frac{\Delta r}{r} = \frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{|\boldsymbol{v}|} = \frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{v}, \tag{1.28}$$

wenn Δr die Länge des Kreisbogens ist, der im Grenzfall in die Dreieckseite übergeht. Division dieser Gleichung durch die Zeitdifferenz $t_2 - t_1 = \Delta t$, die benötigt wird, um den Weg AB zurückzulegen bzw. die Geschwindigkeitsänderung $\Delta\boldsymbol{v}$ herbeizuführen, liefert

$$\frac{\Delta r/\Delta t}{r} = \frac{v}{r} = \frac{|\Delta\boldsymbol{v}|/\Delta t}{v} = \frac{a}{v} \tag{1.29}$$

oder

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r, \tag{1.30}$$

wenn man für $\Delta r/\Delta t$ im Grenzfall v und für $|\Delta\boldsymbol{v}|/\Delta t$ die Beschleunigung a setzt.

Die Größe der Beschleunigung ist also konstant. Ihre Richtung ergibt sich aus der Konstruktion (Abb. 1.12) als stets zum Zentrum hin gerichtet (man beachte, daß $\Delta\boldsymbol{v}$ und $\boldsymbol{a}$ eigentlich am derzeitigen Ort A oder B des Körpers anzutragen sind). Es herrscht also eine *Zentripetalbeschleunigung*. Dynamisch betrachtet: Damit oder wenn ein Körper mit der Masse m eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, muß auf ihn eine Kraft vom Betrag

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r \tag{1.31}$$

wirken, die immer zu einem festen Punkt, dem Zentrum, hinzeigt (Zentripetalkraft).

Im physikalisch realen Fall wird es einen Körper Q geben, der die Zentripetalkraft ausübt, die nötig ist, um den Körper P auf die Kreisbahn zu zwingen. Dann übt umgekehrt P auf Q nach dem Reaktionsprinzip eine Gegenkraft aus, deren Betrag ebenfalls durch (1.31) gegeben wird, die aber entgegengesetzte Richtung hat, eine *Zentrifugalkraft*. Eine andere Deutung der Zentrifugalkraft wird sich bei der Diskussion verschiedener Bezugssysteme ergeben (vgl. Abschnitt 1.8.4).